دو فصلنامه علمی ــ تخصصی عــلامه
سال دهم ــ شماره پیاپی ۲۸
پاییز و زمستان ۸۹

بررسی سه چالش منطق کلاسیک در حوزه کوانتوم*

لطف الله نبوی**
سیاوش اسدی***

چکیده

در حوزه کوانتوم، منطق کلاسیک دو ارزشی منجر به پارادوکس‌هایی می‌شود که از آن جمله می‌توان به پارادوکس دو شکاف، پارادوکس فن نویمن و پارادوکس گربه شرودینگر اشاره کرد. پارادوکس دو شکاف و پارادوکس فن نویمن قاعده پخش‌پذیری منطق کلاسیک، و پارادوکس گربه اصل عدم اجتماع نقیضین را در حوزه کوانتوم نامعتبر می‌دانند.

این مقاله در تلاش است ضمن بیان این پارادوکس‌ها، آن‌ها را مورد نقد و بررسی قرار دهد. بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهد که تقریرهای اول از پارادوکس دو شکاف و پارادوکس فن نویمن، چالشی جدی برای منطق کلاسیک به حساب نمی‌آیند. اما تقریرهای دیگر این پارادوکس‌ها، و نیز پارادوکس گربه شرودینگر می‌توانند به عنوان چالشی اساسی برای منطق کلاسیک محسوب شوند.

واژگان کلیدی: کوانتوم، منطق کلاسیک، پارادوکس دو شکاف، پارادوکس فن نویمن، پارادوکس گربه شرودینگر.

---

* تاریخ دریافت : ۸۹/۸/۲۳ تاریخ پذیرش : ۸۹/۱۱/۱۰

* دانشیار دانشگاه تربیت مدرس
*** دانشجوی کارشناسی ارشد منطق فلسفی siavash_assadi2000@yahoo.com

مقدمه

در نظریه کوانتوم یک اصطلاح محوری وجود دارد و آن مفهوم "موج مادی" است. خصلت دو گانه موج– ذره اساس نظریه کوانتوم و باعث تمام پیچیدگی‌های فیزیکی و فلسفی این نظریه است. نخستین فیزیکدانان برجسته‌ای که با دیدگاهی فلسفی به این نظریه و خصلت دوگانه موج – ذره پرداختند، نیلز بور و آلبرت اینشتاین بودند که موضعی مخالف با یکدیگر داشتند. بور واضع دیدگاهی بود که بعدها به مکتب کپنهاک شهرت یافت. او مدعی بود که نظریه کوانتومی تنها نتایج اندازه گیری‌ها را پیش بینی می‌کند، اما در پاسخ به اینکه "چرا طبیعت اینگونه رفتار می‌کند" ساکت است. از سوی دیگر اینشتاین به ماهیت احتمالاتی این نظریه اعتراض داشت و آن را در مخالفت با هدف علم، یعنی توصیف کامل از هر وضعیت واقعی می‌دانست.

بدین ترتیب گذار از فیزیک کلاسیک به حوزه کوانتومی پرسش های فلسفی و منطقی مهمی را پدید آورد که توجه فلاسفه و منطقدانان را نیز به نظریه کوانتوم جلب کرد. به عنوان مثال از نظریات صریح بور، عدم کارایی منطق کلاسیک در حوزه کوانتوم است که باعث برانگیخته شدن همت منطقدانان در تاسیس منطقی غیر کلاسیک به عنوان منطق کوانتومی شد.

آنچه در این نوشتار به آن پرداخته می‌شود بررسی سه چالش اساسی منطق کلاسیک در حوزه کوانتوم، یعنی پارادوکس‌های دو شکاف، فن نویمن و گربه شرودینگر است. این سه پارادوکس در حقیقت در ادامه تفکرات نیلز بور و با الهام از انتقادات او به منطق کلاسیک به وجود آمدند و به صورتی منقّح صورت بندی شدند. در اینجا ابتدا به دو تقریر از پارادوکس دو شکاف می‌پردازیم که تقریر دوم آن بیان احتمالاتی این پارادوکس است. سپس پارادوکس فن نویمن را نیز با دو تقریر در

فضای کلاسیک و فضای هیلبرتی، و البته به صورت توصیفی مطرح می‌کنیم و پس از آن به بررسی پارادوکس گربه شرودینگر خواهیم پرداخت.

طرح مسئله

بنابر موارد مطرح شده فوق، می‌توان مسائلی را که این مقاله در صدد پاسخ گویی به آنهاست به صورت زیر بیان کرد:

پارادوکس‌های دو شکاف، فن نویمن و گربه شرودینگر چیستند و چگونه منطق کلاسیک را در حوزه کوانتوم به چالش می‌کشند؟

چه نقدهایی بر این پارادوکس‌ها وارد است و چگونه می‌توان از منطق کلاسیک در مقابل این چالش‌ها دفاع کرد؟

پارادوکس دو شکاف

تقریر اول از پارادوکس دو شکاف

آزمایش دو شکاف به این صورت طراحی شده است که از یک چشمه الکترونی، الکترون‌هایی به سمت یک پرده گسیل می‌شوند که در بین راه، یعنی میان چشمه و پرده، یک مانع دو شکافی قرار دارد. آنچه در این آزمایش منشا پدید آمدن پارادوکس مزبور است، توجه به این مطلب است که با بررسی اثر الکترون‌ها بر پرده، نمی توان دقیقاً مشخص نمود که هر الکترون از کدام شکاف عبور کرده است. این امر با توجه به اینکه هنگامی که دو شکاف باز است، تاثیر برخورد الکترون‌ها و شدت روشنایی ایجاد شده برروی پرده هدف با اغتشاشات غیر منتظره‌ای همراه است، تایید می‌گردد. درحالی که زمانی که فقط یکی از شکاف‌های مانع باز است، هیچ‌گونه اغتشاش غیر منتظره‌ای

در شدت روشنایی ایجاد شده بر پرده مشاهده نمی‌شود(Greenstein and Zajonc, 1997, p19).

با صورت بندی محتوای این آزمایش در سیستم منطق کلاسیک دو ارزشی، ماهیت پارادوکسیکال آن بیش از پیش مشخص می‌شود. اگر تعریف کنیم:

P : الکترون **e** در مکان **x** به پرده برخورد کرده است.

Q : الکترون **e** از شکاف **a** عبور کرده است.

R : الکترون **e** از شکاف **b** عبور کرده است.

صورت بندی نتیجه آزمایش به شکل $P \wedge (Q \vee R)$، و ترجمه این عبارت برحسب نامگذاری ارائه شده چنین است که:

" الکترون e در مکان x به پرده برخورد کرده است و همین الکترون یا از شکاف a عبور کرده است یا از شکاف b ".

این عبارت را می توان به صورت خلاصه‌تر زیر نیز نوشت:

" الکترون e در مکان x به پرده برخورد کرده است و حداقل از یکی از دو شکاف عبور کرده است".

از طرفی می‌دانیم یکی از قواعد فرعی استنتاج در منطق دو ارزشی کلاسیک، قاعده پخش‌پذیری است که مطابق آن می‌توان عبارت صوری فوق را معادل با عبارت $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ دانست که ترجمه آن چنین است:

" الکترون e در مکان x به پرده برخورد کرده و از شکاف a عبور کرده است؛ یا الکترون e در مکان x به پرده برخورد کرده و از شکاف b عبور کرده است".

حال باید گفت با وجود اینکه در منطق کلاسیک دو ارزشی عبارت:

$$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

یک قاعده درست یا به بیان بهتر یک قضیه است، ترجمه عبارت $P \wedge (Q \vee R)$ با ترجمه عبارت $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ در زبان طبیعی برای این آزمایش معادل نخواهند

بود(Redei,2001,p103). زیرا بدون نیاز به محاسبه خاصی می‌توان عبارت $P \wedge (Q \vee R)$ را معتبر دانست (برمبنای یک سمانتیک شهودی) و با مشاهده اثر الکترون در مکان x بر روی پرده، پذیرفت که الکترون e در مکان x به پرده برخورد کرده است و حداقل از یکی از دو شکاف عبور کرده است. معتبر دانستن عبارت $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ نیازمند اندازه‌گیری‌هایی است که به ما نشان دهد الکترون دقیقاً از کدام شکاف عبور کرده است. اما با توجه به تداخل ایجاد شده در شدت روشنایی روی پرده (هنگامی که هر دو شکاف باز است)، نمی‌توان دقیقاً مشخص کرد که عبارت داخل کدام یک از پرانتزها درست است. به عبارت دیگر اغتشاشات روی پرده نشان می‌دهد که نباید تصور کرد که هر الکترون فقط از یکی از شکاف های دوگانه عبور می‌کند، بلکه کاملاً محتمل است که الکترونی مانند e از هر دو شکاف عبور کرده باشد. لذا دو عبارت: $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ و $P \wedge (Q \vee R)$ در حوزه کوانتومی هم ارز نیستند و این امر، یعنی معتبر نبودن قاعده پخش‌پذیری، چالشی جدی در تبیین منطقی کلاسیک پدیده‌های کوانتومی است.

نقدی بر تقریر اول پارادوکس دو شکاف

با توجه به تقریری که از پارادوکس دو شکاف ارائه شد، به نظر می‌رسد می‌توان از منطق کلاسیک در مقابل آن دفاع کرد. در تقریر فوق آنچه موجب می‌شود، اعتبار قاعده پخش‌پذیری منطق کلاسیک ساقط شود، این است که می‌توان درستی عبارت $P \wedge (Q \vee R)$ را بدون انجام آزمایش‌های کمّی و اندازه‌گیری، پذیرفته اما درستی $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ را تنها زمانی می‌توان تشخیص داد که اندازه‌گیری کنیم و مشخص نماییم که هر الکترون از کدام شکاف عبور کرده است.

سوالی که در اینجا پیش می‌آید این است که آیا در هم ارز بودن دو طرف رابطه≡ شرط چگونگی حصول هر طرف و مشابه بودن روند پدید آمدن دو طرف، باید به عنوان شرط لازم هم‌ارزی لحاظ شود؟ آنچه از قواعد معنا شناسی منطق کلاسیک به دست می‌آید، این است که برای معادل بودن دو طرف رابطه دو شرطی، شرط لازم و کافی، یکسانی سطرهای متناظر جدول ارزش هریک از طرفین است نه نحوه دسترسی به طرفین آن. در این آزمایش همواره می‌توان P را گزاره‌ای درست تلقی کرد، زیرا بررسی‌های ما پس از مشاهده اثر الکترون بر پرده شروع می‌شود. پس می‌توان جداول ارزش را به صورت زیر ترتیب داد:

جدول (۱)

P	Q	R	$Q \vee R$	$P \wedge (Q \vee R)$
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1

جدول (۲)

P	Q	R	$P \wedge Q$	$P \wedge R$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1

همانطور که مشاهده می‌شود، سطرهای اول و دوم جدول ۱ به ترتیب هم ارز با سطرهای اول و دوم جدول ۲ هستند. همچنین در اینجا فرض اینکه ارزش هر دو گزاره Q و R نادرست باشد، موضوعیت ندارد، زیرا برای تاثیر گذاری روی پرده هدف، الکترون راهی جز دو شکاف فوق نخواهد داشت و بقیه راهها برای عبور آن توسط مانع مسدود است.

می‌توان گفت تداخل شدت روشنایی روی پرده، بر سطرهای جداول ارزش فوق تاثیری ندارد. اینکه در جدول شماره ۲ با توجه به اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، نمی‌توانیم ارزش ستونهای چهارم و پنجم را همزمان مشخص کنیم، باعث خدشه دار شدن ستون آخر نمی‌شود. ستون آخر فقط زمانی ارزش نادرست خواهد داشت که هیچ الکترونی از شکافها عبور نکرده باشد. حتی می‌توان حالتی را در نظر گرفت که الکترون مشخص e از هر دو شکاف عبور کرده باشد. هرچند این امر از لحاظ فیزیکی یا فلسفی جای تامّل و تردید دارد که آیا چنین چیزی امکان پذیر هست یا خیر، از لحاظ صرف منطق کلاسیک، چه در حوزه معنا و چه صورت، مشکل ساز نیست. زمانی که ارزش هر دو گزاره Q و R درست باشد، سطر چهارمی برای جداول ۱ و ۲ تولید می‌شود که کماکان با یکدیگر هم ارز هستند. بنابراین نمی‌توان پارادوکس دو شکاف را دلیلی قاطع برای رد قاعده پخش‌پذیری، و به تبع آن منطق کلاسیک، قلمداد کرد.

توجیه فلسفی

این امر که تداخل روی پرده در هنگامی که هر دو شکاف باز هستند، نمایشگر پدیده‌ای غیر نرمال یا غیر کلاسیک در فیزیک است، کاملاً مشهود و مورد قبول است. واضح است که اگر به جای الکترون ذراتی مانند نخود یا توپ پینگ پنگ را از چشمه به سمت پرده پرتاب می‌کردیم، چنین تداخلی ملاحظه نمی‌شد. اما سوال اینجاست که آیا چنین پدیده‌ای الزاماً ما را به سمت منطقی غیر کلاسیک می‌کشاند(بنا به گفته نیلز بور) یا آنکه می‌توان با توجیهات فیزیکی-فلسفی، کماکان چارچوب منطق کلاسیک را حفظ کرد؟

به عبارت دیگر شبهه غیر کارآمدی منطق کلاسیک در این مورد، از این امر ناشی می‌شود که گویی یک الکترون می‌تواند همزمان از دو شکاف عبور نماید. پس به طور ساده و صریح می‌توان چالش مورد بحث را در این سوال خلاصه کرد که:

" آیا زمانی که یک شی فیزیکی بتواند همزمان در دو مکان مختلف باشد، دیگر منطق کلاسیک برای توصیف رفتارهای آن شئ قدرت لازم را ندارد یا اینکه می‌توان کماکان از منطق کلاسیک برای توصیف رفتارهای چنین شئی استفاده کرد؟ "

بور صراحتاً به این سوال پاسخ منفی می‌دهد (**Bohr, 1961, p56**). او با مطرح کردن اصل مکملیت، در حقیقت منطق کلاسیک را بسیار ناتوان‌تر از این معرفی کرد که بتواند پدیده‌های کوانتومی را توصیف کند. اما این مطلب که هر الکترون، دو ماهیت موجی و ذره‌ای دارد که هر کدام کامل کننده ماهیت دیگر است (اصل مکملیت بور) می‌تواند به صورت دیگری نیز مطرح شود تا چالش کمتری با منطق کلاسیک داشته باشد. در این طرح جدید لازم نیست الکترون را دارای دو ماهیت مجزّا اما مکمل هم بدانیم؛ بلکه می‌توان – با تعبیری فلسفی – ماهیت موجی را شأنی از شئون وجود الکترون، و ماهیت ذره‌ای را شأنی دیگر و البته در طول ماهیت موجی و در مرتبه‌ای مادون آن قلمداد کرد. به عبارت دیگر الکترون وجودی واحد است که بسته به مواضع فیزیکی خود، مرتبه‌ای از وجود را احراز می‌کند که شایسته آن موضع است. لذا الکترون در سرعت‌های بالایی که کسر قابل توجهی از سرعت نور است، مطابق نظریه نسبیت بیشتر متمایل به احراز شأنیت موجی وجود خود است. اما در زمانی که سرعت آن به دلایل مختلفی نظیر برخورد به یک مانع کاهش می‌یابد، در مواضع و شرایطی قرار می‌گیرد که احراز شأنیت ذره‌ای برای آن مناسب‌تر است. به این ترتیب ما با یک موجود مادی سروکار داریم که در مواضع متفاوت، شئون مختلف وجودی خواهد

داشت. لذا عبور همزمان الکترون از دو شکاف در هنگامی که در شأنیت موجی قرار دارد، خدشه‌ای به منطق کلاسیک وارد نخواهد کرد.

البته واضح است که این تقریر از آزمایش دو شکاف، صرفاً تقریری متافیزیکی است که برای حفظ ماهیت کلاسیک منطق توصیف کننده این رفتار و توجیه مشاهدات اتخاذ می‌شود. برای اینکه چنین دیدگاهی ماهیت علمی به خود بگیرد و مورد قبول همگانی واقع شود، نیاز به روشی برای تعیین ابطال پذیری و یا تأیید پذیری (بسته به دیدگاه مورد نظر درباره علم) دارد. اما آنچه مسلم است این است که نمی‌توان امکان چنین دیدگاهی را در عالم کوانتوم و به خصوص الکترون منتفی دانست و این نظر را طرد کرد.

تقریر احتمالاتی پارادوکس دو شکاف

چالش دیگری که از آزمایش دو شکاف به وجود می‌آید، عدم سازگاری پیشگویی‌های احتمالاتی در مکانیک کلاسیک و کوانتومی است. برای بررسی این چالش ابتدا دو گزاره زیر را معرفی می‌کنیم:

$P(P|Q)$: الکترون **e** در ناحیه **x** به پرده برخورد کرده است اگر از شکاف **a** عبور کرده باشد.

$P(P|R)$: الکترون **e** در ناحیه **x** به پرده برخورد کرده است اگر از شکاف **b** عبور کرده باشد.

مطابق فرمول احتمال کل، احتمال آنکه الکترون از یکی از شکافها بگذرد و در ناحیه **x** به پرده برخورد کند عبارت خواهد بود از:

$$P(P) = P(P \cap Q) + P(P \cap R) = \tfrac{1}{2} P(P|Q) + \tfrac{1}{2} P(P|R)$$

واضح است که در این رابطه احتمال عبور الکترون از هریک از دو شکاف را برابر با ½ در نظر گرفته‌ایم. همچنین در این رابطه پیشامدهای P، Q و R به ترتیب با گزاره‌های P ، Q و R که در توضیح آزمایش معرفی شده‌اند، معادل هستند که برای خلاصه نویسی از همان نمادهای گزاره‌ها استفاده شده است. به عبارت دیگر اگر P، Q و R را گزاره‌های مذکور در نظر گیریم می‌توان فرمول احتمال کل را به منظور خلاصه نویسی به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$\mathrm{P}(P) = \mathrm{P}(P \wedge Q) + \mathrm{P}(P \wedge R) = ½\, \mathrm{P}(P,Q) + ½\, \mathrm{P}(P,R)$$

حال با توجه به قاعده بیز و اینکه گزاره مولکولی $Q \vee R$ در آزمایش دو شکاف، ارزش درست دارد (یعنی حتماً الکترون حداقل از یکی از دو شکاف عبور خواهد کرد)، می‌توان روابط احتمالاتی زیر را به زبان گزاره‌ای (و نه پیشامدی) بیان داشت:

$$(۱)\quad \mathrm{P}(P,Q \vee R) = \mathrm{P}[P\wedge (Q \vee R)] / \mathrm{P}(Q \vee R)$$

که این رابطه هم‌ارز گزاره‌ای قاعده بیز برای پیشامدهاست. با توجه به قاعده پخش‌پذیری، داریم:

$$(۲)\quad \mathrm{P}(P,Q \vee R) = \mathrm{P}[(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)] / \mathrm{P}(Q \vee R)$$

حال با توجه به اینکه دو گزاره مولکولی $(P \wedge Q)$ و $(P \wedge R)$ از دیدگاه کلاسیک هم‌زمان با هم نمی‌توانند درست باشند، یا به عبارت دیگر پیشامدهای $(P \cap Q)$ و $(P \cap R)$ ناسازگار یا دارای اشتراک تهی هستند، می‌توان با استفاده از اصل سوم احتمالات رابطه (۲) را باز نویسی کرد. اصل سوم احتمالات بیان می‌دارد که اگر دو پیشامد A و B ناسازگار باشند، یعنی اشتراک آنها تهی باشد، آنگاه داریم: $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$. لذا از دیدگاه گزاره‌ای نیز خواهیم داشت:

$\mathrm{P}(A \vee B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$، مشروط به اینکه دو گزاره A و B نتوانند همزمان صادق باشند. بنابراین بازنویسی عبارت (۲) به صورت زیر خواهد بود:

$$(۳)\quad \mathrm{P}(P,Q \vee R) = [\mathrm{P}\,(P \wedge Q) / \mathrm{P}(Q \vee R)] + [\mathrm{P}\,(P \wedge R) / \mathrm{P}(Q \vee R)]$$

مطابق فرض آزمایش، احتمال عبور الکترون از هر شکاف، برابر با احتمال عبور آن از شکاف دیگر است. یعنی می‌توان نوشت: $P(Q \vee R) = P(Q) + P(R) = 2\,P(Q)$ $= 2\,P(R)$. لذا می‌توان نوشت:

$$(٤)\quad [P(P \wedge Q) / P(Q \vee R)] = [P(Q) \,.\, P(P,Q)] / 2\,P(Q) = ½\,P(P,Q)$$

$$(٥)\quad [P(P \wedge R) / P(Q \vee R)] = [P(R) \,.\, P(P,Q)] / 2\,P(R) = ½\,P(P,R)$$

باید دقت داشت که در این رابطه، عبارات گزاره‌ای $P(P \wedge Q) = P(Q) \,.\, P(P,Q)$ معادل با قانون احتمالات شرطی است که به صورت $P(P \cap Q) = P(Q) \,.\, P(P|Q)$ بیان می‌شود و ترجمه آن چنین است:

" احتمال آنکه الکترون e از شکاف بالایی عبور کند و در ناحیه x به پرده برخورد کند، برابر است با حاصل‌ضرب احتمال عبور این الکترون از شکاف بالا، و احتمال برخورد آن با پرده در ناحیه x اگر از شکاف بالا عبور کرده باشد".

حال با جای‌گذاری روابط ٤ و ٥ در رابطه ۳ خواهیم داشت:

$$(٦)\quad P(P,Q \vee R) = ½\,P(P,Q) + ½\,P(P,R)$$

اما این پیشگویی احتمالاتی با وجود صحّت در حیطه کلاسیک، در حوزه کوانتوم صحیح نیست. زیرا استدلال فوق بر این امر مبتنی است که Q و R دو گزاره ناسازگار باشند. اما چنانکه مطرح شد، در حوزه کوانتوم کاملاً محتمل است که یک الکترون مشخص از هر دو شکاف عبور کرده باشد (با توجه به شأنیت موجی الکترون) و لذا نمی‌توان اصل سوم احتمالات را درباره این دو پیشامد به کار بست (Gudder,2007,pp127-130).

بنابراین مشاهده می‌شود که بررسی احتمالاتی آزمایش دو شکاف، تفاوت تعابیر کلاسیک و کوانتومی منطق حاکم بر این آزمایش را بهتر و روشن‌تر از بررسی صرف منطقی بیان می‌کند. در قسمت قبل دیدیم که طرد قانون پخش‌پذیری در حوزه کوانتوم

می‌توانست با تغییر دیدگاه متافیزکی ما درباره شئون وجودی الکترون منتفی گردد. اما تفاوت پیشگویی‌های احتمالاتی در دو حوزه کلاسیک و کوانتومی، به گونه‌ای است که با تغییر دیدگاه متافیزکی مورد نظر نیز سازگاری لازم بین دو حوزه ایجاد نمی‌شود.

پارادوکس فن نویمن

تقریر اول از پارادوکس فن نویمن

پارادوکسی که بیرخوف و فن نویمن در مقاله مشهور خود با نام "***منطق مکانیک کوانتومی***" معرفی کردند نیز، به نوعی قاعده پخش‌پذیری در منطق کلاسیک را، در حوزه کوانتوم مورد خدشه قرار می‌دهد. فن نویمن و بیرخوف آزمایشی ذهنی را بر اساس یکی از خصوصیات کوانتومی ذرات طراحی می‌کنند(**Neuomann and Birkhoff, 1936, p828**). به عنوان مثال این خصوصیت می‌تواند جهت اسپینی ذرات، عدد کوانتومی و یا سطح انرژی آنها باشد. ما برای بررسی پارادوکس مورد نظر، جهت اسپین الکترون را لحاظ کرده، گزاره‌های زیر را معرفی می‌کنیم:

P : جهت اسپین الکترون در جهت مثبت محور **x** هاست.

Q : جهت اسپین الکترون در جهت منفی محور **x** هاست.

R : جهت اسپین الکترون در جهت مثبت محور **z** هاست.

بنابر گفته فن نویمن، گزاره‌های **P** و **Q** نقیض یکدیگرند. یعنی داریم: $Q \equiv \neg P$. پس می‌توان نوشت $P \vee Q \equiv P \vee \neg P$ که طبق قواعد معنا شناسی منطق کلاسیک این گزاره‌ی مولکولی یک توتولوژی یا گزاره‌ای راستگو (همواره صادق) است. لذا ترکیب عطفی آن با هر گزاره دیگر معادل با ارزش آن گزاره است. یعنی می‌توان ترکیب دو شرطی $R \wedge (P \vee Q) \equiv R$ را همواره معتبر دانست و با توجه به آزمایش سمت چپ آن را به این صورت ترجمه کرد:

" جهت اسپین الکترون در جهت مثبت محور z هاست و جهت اسپین الکترون در جهت مثبت محور x ها یا در جهت منفی محور x هاست ".

که با توجه به هم‌ارز بودن آن با گزاره R این ترجمه معادل با این است که بگوییم:

R : جهت اسپین الکترون در جهت مثبت محور z هاست.

از طرفی طبق این طرح آزمایشی می‌دانیم که گزاره‌های P و R و نیز گزاره‌های Q و R نمی‌توانند همزمان صادق باشند. به عبارت دیگر گزاره‌های مولکولی $(R \wedge P)$ و $(Q \wedge R)$ کاذب، یا منطقاً نامعتبر هستند. لذا با استفاده از قاعده پخش‌پذیری منطق کلاسیک داریم:

$$R \wedge (P \vee Q) \equiv (R \wedge P) \vee (R \wedge Q)$$

که با توجه به کاذب بودن هر دو جزء سمت چپ، $R \wedge (P \vee Q)$ نیز کاذب، یا به عبارتی منطقاً نامعتبر خواهد بود. اما در سطور قبل دیدیم که $R \wedge (P \vee Q) \equiv R$. بنابراین باید گفت که گزاره R نیز منطقاً نامعتبر است که البته این حکم برای گزاره R، حکمی باطل است. زیرا کاملاً محتمل است که جهت اسپین الکترون در جهت مثبت محور z ها باشد.

با توجه به این استدلال، فن نویمن و بیرخوف تاکید دارند که استفاده از قاعده پخش‌پذیری در حوزه کوانتوم، با توجه به خصوصیت مد نظر (در این مثال جهت اسپینی) موجب نتایج غیر قابل قبول می‌شود. بنابراین باید برای دوری جستن از این نتایج، قاعده پخش‌پذیری را از قواعد منطق حذف کرد که این امر باعث کنار گذاشته شدن کل منطق کلاسیک در حوزه کوانتوم خواهد شد.

نقدی بر تقریر اول پارادوکس فن نویمن

چنانکه در قسمت قبل مشاهده شد، پارادوکس فن نویمن برای طرد قاعده پخش‌پذیری در منطق کوانتومی، بر این امر مبتنی است که گزاره‌های P و Q نقیض یکدیگرند. یعنی اینکه جهت اسپین الکترون در جهت مثبت و منفی محور xها باشد، دو گزاره نقیض هستند که از بین این دو، فقط یکی صادق است. به عبارت دیگر نه چنین است که هیچ کدام از این گزاره‌ها درست نباشند و نه چنین است که هر دو درست باشند.

اما به وضوح مشخص است که این دیدگاه فن نویمن درباره نقیض یک گزاره چیزی نیست که منطق کلاسیک از مفهوم «نقیض» مد نظر دارد. نقیض گزاره «جهت اسپین الکترون در جهت مثبت محور x هاست»، این گزاره نیست که «جهت اسپین الکترون در جهت منفی محور x هاست». بلکه نقیض آن این گزاره است که «چنین نیست که جهت اسپین الکترون در جهت مثبت محور x هاست». بنابراین نقیض گزاره P گزاره‌ای خواهد بود که معنای آن شامل هر جهت اسپینی ممکنی است که الکترون می‌تواند داشته باشد، به جز جهت مثبت محور x ها. لذا قسمت کلیدی استدلال فن نویمن برای رد قاعده پخش‌پذیری، یعنی توتولوژی دانستن گزاره مولکولی $P \vee Q$، امری نادرست به نظر می‌رسد و از این جهت نمی‌توان گفت قاعده پخش‌پذیری در حوزه کوانتومی نتایج نادرستی به بار می‌آورد.

ممکن است بتوان در دفاع از فن نویمن این گونه گفت که فرض آزمایش بر این است که بردار اسپین الکترون به موازات هیچ یک از محورهای مختصات نیست. بلکه منظور این است که بردار اسپین قابل تجزیه به انواع بردارهایی موازی با محورهای مختصات است و منظور از گزاره P، جهت اسپینی است که در تجزیه بردار اصلی، مؤلفه x آن را مد نظر دارد. به عبارت دیگر اگر e بردار اصلی اسپین الکترون باشد، این

بردار قابل تجزیه به (ex,ey,ez) است و در گزاره‌های P و Q منظور از بـردار اسـپین فقط ex است و نه e.

البته با این بیان، مشکل قبل حل می‌شود. زیرا برای ex تنها حـالات ممکـن ایـن است که یا در جهت مثبت محور x ها باشد یا در جهت منفی آن. پس خواهیم داشـت $Q = \neg P$. اما در این صورت مشکل دیگری پیش می‌آید و آن ایـن اسـت کـه دیگـر نمی‌توان گفت گزاره مولکولی $R \wedge P$ و نیز گـزاره $R \wedge Q$ منطقـاً نامعتبرنـد. زیـرا بـا پذیرش صورت این دفاعیه، در گزاره R نیز باید گفت جهت مثبت محور z هـا، فقـط درباره مولفه ez بردار اصلی اسپینی اطلاعی به ما می‌دهد و کاملاً معقول است که R و P یا R و Q با یکدیگر سازگار و هردو باهم صادق باشند. پس بـه ایـن دلیـل کـه R درباره مولفه ez و گزاره‌های P و Q درباره مولفه ex بحث می‌کنند، کماکـان اسـتدلال فن نویمن برای طرد قانون پخشی با مشکل همراه است و نمی‌تواند برهان قاطعی برای رد ایـــن قـــانون و در پـــی آن رد منطـــق کلاســـیک در حـــوزه کوانتـــوم باشـــد (Omnes,1999,p181).

تقریر دوم از پارادوکس فن نویمن در فضای هیلبرتی

فن نویمن پس از بیان پارادوکسی که در بالا مطرح شد، تقریر کلی‌تر و دقیق‌تری از استدلال خود را در فضای مختلط هیلبرتی ارائه می‌دهد که تا حدودی از مـشکلاتی که طرح اول او با آنها مواجه است، مبراست. البته بررسی‌های پدیده‌های کوانتـومی در فضای هیلبرتی پس از فن نویمن و بیرخوف، به صورت گسترده‌تری انجام پذیرفت بـه طوری که امروزه فضای غالب بر مباحث ریاضیاتی نظریـه کوانتـوم، فـضای هیلبرتـی است (Chiara, 1997, p398).

با توجه به دشواری این استدلال (از نظر ریاضی) در فضای هیلبرتی، در این مقاله تقریراستیوب از استدلال فن نویمن را ارائه می‌دهیم که ساده‌تر از آن‌چیزی است که فن نویمن در مقاله خود (۱۹۳٦) ارائه داده است. در این راستا با الهام از اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، ویژگی‌های اندازه حرکت و وضعیت را مدّ نظر قرار داده و با تمرکز بر این ویژگی‌ها سعی در ارائه برهانی برای طرد منطق کلاسیک در حوزه کوانتوم داریم.

در فیزیک کلاسیک حالت سیستمی به نام S که n ذره‌ی P1, P2, ...Pn را در بر دارد، توسط ۳n مؤلّفه مربوط به وضعیّت و ۳n مؤلّفه مربوط به اندازه حرکت مشخص می‌شود. هر کمیّت مشاهده پذیر مانند m(s) توسط یک تابع ریاضی از این مؤلّفه‌ها نمایش داده می‌شود. همچنین گزاره‌های پایه فیزیکی به صورت m(s) = r معرفی می‌شوند که هریک از این گزاره‌ها به یک زیرفضای برداری هیلبرتی که با نماد H(s) نمایش داده می‌شود، متناظر می‌شود. می‌توان در حالات عادی، زیر فضای متناظر با گزاره پایه فیزیکی m(s) = r را یک زیرفضای تک بعدی مانند Vr دانست که تمام فضا را به وجود می‌آورد. همچنین می‌توان فضای H(s) را فضایی با ابعاد متناهی دانست که در آن کمیت‌های مشاهده پذیر، مقادیر متناهی دارند.

با توجه به فرضیات فوق، به هر عدد مانند r، به عنوان یک مقدار ممکن برای یک کمیت مشاهده پذیر، تنها با یک بعد از فضای H(s) متناظر است و تمام زیرفضاهای تک بعدی Vr به صورت یک سیستم از مؤلّفه‌های ممکن برای برای فضا هستند و با همه مقادیر ممکن برای وضعیت تناظر دارند. باید توجه داشت که با تغییر کمیّت مشاهده پذیر از وضعیّت به اندازه حرکت، دیگر نمی‌توان از مؤلفه‌های Vr به عنوان زیرفضای متناظر با مقادیر ممکن اندازه حرکت استفاده کرد و باید مؤلّفه‌های زیرفضای مربوط به کمیّت اندازه حرکت را به جای مؤلّفه‌های مربوط به وضعیّت به کار برد.

به نظر فن نویمن این تناظر بین گزاره‌های پایه‌ای فیزیک و فضای H(s)، فرض اساسی مکانیک کوانتومی است که می‌توان آن را بر اساس روابط منطقی نقض، عطف و فصل تعمیم داد. وی این تعمیم را به صورت زیر طراحی می‌کند:

هرگاه S(P) فضای متناظر با گزاره P باشد، در این صورت داریم:

۱- $S(\neg P)$ فضای مکمل متعامد S(P) است.

۲- $S(P \wedge Q)$ فضای به وجود آمده توسط ناحیه مشترک S(P) و S(Q) است.

۳- $S(P \vee Q)$ فضای به وجود آمده توسط هر دو فضای S(P) و S(Q) است.

فن نویمن تعمیم تناظر بین گزاره‌های پایه‌ای فیزیک و فضای H(s)، را به دامنه سورها نیز می‌کشاند. به این نحو که کارکرد سور وجودی را مشابه ترکیب فصلی توسعه یافته می‌داند و کارکرد سور عمومی را همانند ترکیب عطفی.

با معرفی این تناظرات و تلفیق فضای هیلبرتی با دنیای گزاره‌ها و ویژگی‌های فیزیکی، به نظر می‌رسد فن نویمن ابزار کافی را برای ارائه استدلال خود در جهت طرد منطق کلاسیک و بنای منطقی جدید به نام منطق کوانتومی در اختیار دارد. در این مرحله است که فن نویمن قسمت اصلی استدلال خود را به این نحو آغاز می‌کند:

فرض کنید r1, r2, ... ,rn همه مقادیر ممکن یک کمیّت مشاهده پذیر فیزیکی باشند. به دلیل آنکه زیر فضاهای Vr1, Vr2, ..., Vr n تمام فضای هیلبرتی H(s) را به وجود می‌آورند، عدد طبیعی n تعداد ابعاد فضای H(s) را معرفی می‌کند. یعنی هر بردار در فضای H(s) به صورت مؤلّفه‌های خود در جهت‌های Vr1, Vr2, ..., Vr n قابل نمایش است. از آنجا که فضای ساخته شده یک فضای کامل است، گزاره زیر یک توتولوژی را معرفی می‌کند:

$$[m(s)= r1] \vee [m(s)= r2] \vee \dots [m(s)= rn]$$

حال فرض کنید که m1 کمیت مشاهده پذیری باشد که در گزاره m1(s)=r معین شود و زیر فضای متناظر با این گزاره Wr باشد به طوری که Wr بر هیچ یک از

زیرفضاهای Vr1, Vr2, …, Vr n منطبق نیست (از نظر فیزیکی چنین کمیّت مشاهده پذیری را همواره می‌توان یافت). پس گزاره‌ای مانند:

(۷) $[m1(s)=r] \wedge [[m(s)= r1] \vee [m(s)= r2] \vee \dots [m(s)= rn]]$

مطابق تعریفی که از تناظر رابط عطفی بیان شد، متناظر است با اشتراک Wr با تمام فضای هیلبرتی. چون $[m(s)= r1] \vee [m(s)= r2] \vee \dots [m(s)= rn]$ یک توتولوژی است، گزاره عطفی فوق معادل با $m1(s)=r$ است و این بدان معناست که نتیجه اشتراک Wr با تمام فضای هیلبرتی، همان Wr است.

حال سعی می‌کنیم با در نظر گرفتن رابطه (۷) به عنوان یک سمت قاعده پخشی، سمت دیگر آن را مورد بحث قرار دهیم تا مشخص شود که آیا دو طرف این رابطه هم ارز هستند یا نه، یا به تعبیر دیگر مشخص نماییم که آیا قاعده پخش‌پذیری در اینجا برقرار است یا نه. پس گزاره زیر را مد نظر قرار می‌دهیم:

(۸) $[m1(s)=r \wedge m(s)=r1] \vee [m1(s)=r \wedge m(s)=r2] \vee \dots [m1(s)=r \wedge m(s)=rn]$

از آنجا که فضاهای مربوط و متناظر با $m1(s)=r$ و $m(s)=ri$ (با شرط $i= 1, 2, \dots, n$) هیچ اشتراکی با یکدیگر ندارند، ترکیبات عطفی $m1(s)=r \wedge m(s)=ri$ گزاره‌های همواره نادرست (دروغگو) خواهند بود. به عبارت دیگر زیرفضای متناظر با $m1(s)=r \wedge m(s)=ri$، یک زیرفضای صفر بعدی است، پس فضای به وجود آمده توسط تمام n زیرفضای موجود نیز، یک فضای صفر بعدی خواهد بود. بنابراین هرچند که در منطق کلاسیک روابط (۷) و (۸) دو طرف قاعده پخشی و با یکدیگر معادل هستند، در حوزه کوانتوم رابطه (۷) معادل با $m1(s)=r$ است، اما رابطه (۸) معادل با یک گزاره همواره نادرست است که نمایشگر یک فضای صفر بعدی است. به دیگر سخن روابط (۷) و (۸) نگاشت‌هایی بر زیرفضاهای مختلف از فضای H(s) هستند که همه گزاره‌های فیزیکی ممکن درباره سیستم s را نمایش می‌دهند، اما دو گزاره زمانی هم‌ارز هستند که

نگاشت‌های یکسانی بر زیرفضای همانندی از H(s) باشند. لذا گزاره‌های (۷) و (۸) هم ارز نیستند و در نتیجه قاعده پخش‌پذیری در منطق کوانتومی برقـرار نیـست (Stubbe and Van Steirteghem,2007,p478).

تبعات طرد قاعده پخش‌پذیری

نتیجه اصلی استدلال فن نویمن و بیرخوف طرد قـانون پخـش‌پـذیری (بـا تعبیـر کلاسیکی آن) از منطق کوانتومی است. اما آنچــه کــه فــن نــویمن در تقریــر فــوق از استدلال خویش علیه قاعده پخش‌پذیری بیان داشت، سوالات مهمی را نیز برمی‌انگیــزد که نحوه پاسخ گویی به آنها موضع اساسی ما را درباره منطق کوانتومی و رابطــه آن را با منطق کلاسیک مشخص می‌کند. یکی از این سوالات اساسی این است که آیا اصولاً هر منطقی باید بتواند توسط یک قاعده پخش‌پذیری نمایش داده شود؟ یا اینکه می‌توان منطقی داشت که مستقل از قاعده پخش‌پذیری، بتواند یک سیستم استدلالی را توصیف کند؟

آنچه فن نویمن و بیرخوف ثابت کردنــد ایــن اســت کــه در مکانیــک کوانتــومی می‌توان منطقی داشت که به طور واقعی و مفید یک سیستم استدلالی را توصیف کنـد، اما پخش‌پذیری نباشد. اما این امر حتی با ساختار فکری و شهودی خود فن نــویمن و بیرخوف سازگاری ندارد. ایشان نیز مانند دیگر منطق‌دانان و ریاضی‌دانان بر این عقیــده بودند که استنتاج منطقی، همه خصوصیات شمول مجموعه‌ای را داراست. به خصوص ایشان درباره خاصیت پخشی بر این نکته تاکید دارند که این ویژگی، مشخصه ترکیــب مجموعه‌ای در حالت کلی است. از طرفی باید یادآور شد که طرد قانون پخش‌پــذیری هم مانع از نمایش سیستم منطقی به وسیله جبر بولی است، و هم ممکــن اســت باعــث شود که آن سیستم منطقی خاص در نمایش جبری خود مکمل متعامد شبکه را کــه در

تناظر با گزاره‌های مورد بحث در سیستم است، نداشته باشد. چرا که طبق قانون طرد شق ثالث و یا به تعبیر دیگر، توتولوژی $P \vee \neg P$، هر فرمول خوش ساخت در منطق باید یکی از دو ارزش F یا T را بپذیرد و وجود این قانون موجب می‌شود که در نمایش جبری، عملگر نقیض، ویژگی مکمل شبکه را داشته باشد. بنا براین نمی‌توان این مطلب را از بیرخوف و فن نویمن پذیرفت که به منطقی دست یافته‌اند که یک سیستم استدلالی را به صورتی واقعی و مفید توصیف می‌کند اما قاعده پخشی را دارا نیست.

پارادوکس گربه شرودینگر

تقریر اول از پارادوکس گربه

این پارادوکس که نخستین بار توسط شرودینگر در مقاله کوتاهی (که بیش از ١٦ صفحه نداشت) به سال ۱۹۳۵ بیان و طراحی شد، نشان دهنده اشکالی است که اصل ترکیب برای سیستم‌های فرا کوانتومی به وجود می‌آورد. شرودینگر یک آزمایش ذهنی را ترتیب می‌دهد که در آن با استفاده از یک فرایند کوانتومی نشان دهد که می‌توان حالت یک گربه را به صورت ترکیبی از یک گربه زنده و یک گربه مرده نمایش داد. در اینجا چگونگی آزمایش شرودینگر را با ترجمه پاراگراف محوری مقاله اصلی او بیان می‌کنیم:

"هرکس می‌تواند آزمایش‌های مسخره‌ای را (در حوزه کوانتوم و به صورت ذهنی) ترتیب دهد. مثلاً می‌توان گربه‌ای را در یک اتاقک فولادی همراه با وسایل دلسنگانه‌ای زندانی کرد. در یک شمارگر گایگر مقدار کمی ماده پرتو زا قرار دارد که مقدار آن به حدی ناچیز است که شاید در مدت یک ساعت تنها یکی از اتمها فروپاشی کند. اما با احتمال مساوی با اینکه فروپاشی نکند. اما اگر فروپاشی رخ دهد لوله شمارگر تخلیه می‌شود و از طریق کلید برقی که در دستگاه تعبیه شده است، چکشی رها می‌شود که ظرف شیشه‌ای محتوی سیانید

هیدروژن را می‌شکنند. اگر آزمایشگر کل این سیستم را ساعتی به حال خود رها کند، چنانچه در این مدت اتمی فروپاشی نکرده باشد، ممکن است بگوییم که گربه هنوز زنده است. زیرا اولین اتمی که فروپاشی کند باعث مسموم شدن گربه با سیانید هیدروژن می‌شود. تابع موجی کل سیستم Ψ که حاوی گربه زنده و مرده به صورت محو شده (برهمنه) یا آمیزه‌ای از این دو حالت به نسبت مساوی است، این امر را بیان خواهد کرد" (Schrodinger, 1935,p557).

به دیگر سخن می‌توان گفت که بعد از سپری شدن یک ساعت، حالت گربه، برهمنهی از دو جمله است که یکی نمایش دهنده گربه زنده و دیگری نمایش دهنده گربه مرده است. اگر این حالت را با C نمایش دهیم داریم:

$$C = (1/\sqrt{2})[\ \Psi(\text{live}) + \Psi(\text{dead})\ ] \quad (۹)$$

این آزمایش ذهنی بسیار ظریف و مستلزم دقت فراوانی برای درک پارادوکس موجود در آن است. سوال اساسی که درباره این آزمایش مطرح می‌شود این است که مفهوم برهمنهی که در معادله قبل ظاهر می‌شود چیست؟ آیا برهمنهی بدین معناست که گربه در آن واحد هم مرده و هم زنده است؟ برای درک بهتر این پارادوکس و معنای برهمنهی، مکانیسم آزمایش و تعابیر نهفته در آن را به نحو دقیق‌تری مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

در دستگاه شمارشگری که شرودینگر از آن نام می‌برد، در جلو منبع الکترونی یک نیم آیینه قرار دارد که ممکن است اشعه الکترونی از آن عبور کند، که در این حالت به چکش برخورد می‌کند، و ممکن است از آیینه بازتابیده شود. با دیدگاهی کلاسیکی احتمال اینکه الکترون منفردی از نیم آیینه بازتابیده شود برابر ½، و احتمال آنکه از نیم آیینه عبور کند نیز ½ است. می‌توان گفت پس از شروع آزمایش الکترون یا در حالت بازتابش و یا در حالت عبور از آیینه است. این امر به این معناست که تا زمانی که اندازه‌گیری خاصی صورت نگرفته است، یا الکترون قطعاً بازتابیده شده ویا قطعاً عبور کرده است (یعنی حالت سومی وجود ندارد). اما پس از اندازه‌گیری، می‌توان حالت

سیستم را دقیقاً مشخص نمود که از کدام وضعیت تبعیت کرده است. به عبارت دیگر تنها پس از انجام اندازه‌گیری است که می‌توانیم مشخص کنیم که آیا گربه زنده است یا مرده. اما این امر با ساختار مکانیک کوانتومی متفاوت است. فرض Ψr و Ψt دو حالت کوانتومی (تابع موج یا عملگر موقعیت الکترون) مشابه با بازتاب و عبور الکترون باشند. به عبارت دیگر Ψr به معنای آن است که الکترون بازتاب داده شده و گربه زنده است و Ψt به معنای آن است که الکترون عبور کرده و گربه مرده است. پس می‌توان معادله (۹) را به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$(۱۰)\quad C = (1/\sqrt{2})[\, \Psi r + \Psi t \,]$$

بعد از شروع آزمایش و قبل از آنکه اندازه‌گیری انجام شود می‌توان حالت الکترون را به صورت معادله (۹) در نظر گرفت. پس منظور شرودینگر از بیان معادله (۱۰) این است که تابع C به کلی متفاوت از هرکدام از حالات Ψr و Ψt است. به عبارت دیگر معادله (۱۰) نشان می‌دهد که قبل از انجام اندازه‌گیری، الکترون در حالت نیمه باز تابیده و نیمه عبور کرده است. اما پس از انجام اندازه گیری، C به یکی از حالتهای Ψr و Ψt تقلیل می‌یابد و پس از آن می‌توان گفت که احتمال اختصاص یافته به هریک از این حالات، ½ است. درست در همینجاست که ماهیت غیر کلاسیکی حوزه کوانتوم آشکار می‌شود. چرا که برخلاف نظریه کلاسیک، نظریه کوانتوم بر این مطلب تأکید دارد که پس از شروع آزمایش و قبل از انجام اندازه‌گیری، الکترون هم در حالت Ψr و هم در حالت Ψt قرار دارد. بنابراین باید گفت که سرنوشت گربه در این آزمایش کاملاً بستگی به رفتار الکترون دارد، به این معنا که پس از شروع آزمایش و قبل از انجام اندازه‌گیری، گربه هم در حالت زنده و هم در حالت مرده وجود دارد که این همان معنای برهمنهی و لبّ مطلب در پارادوکس گربه است که از نظر ریاضی بوسیله معادله (۹) بیان می‌شود (**Wheeler and Zurek, 1983, p124**).

نقض اصل عدم اجتماع نقیضین در پارادوکس گربه شرودینگر

با توجه به نحوه بیان آزمایش گربه یا جهش ژنتیکی، می‌توان پارادوکس گربه را، که نتیجه آزمایش ذهنی شرودینگر است، در واقع نقض این قانون کلاسیک دانست که "ترکیب عطفی هر گزاره با نقیضش، گزاره‌ای همواره دروغگو است". به عبارت دیگر اگر داشته باشیم:

P : پس از شروع آزمایش و قبل از انجام نتیجه گیری، گربه زنده است.

¬P : پس از شروع آزمایش و قبل از انجام نتیجه گیری، گربه مرده است.

آنگاه از نظر شرودینگر، چنین نیست که قاطعانه بتوان گفت فقط یکی از این دو گزاره صادق است و ترکیب عطفی $P \wedge \neg P$ همواره دروغگوست. بلکه ارزش گزاره $P \wedge \neg P$ نه صادق و نه کاذب، یا هم صادق و هم کاذب است.

لذا با بیان این مطلب، شرودینگر یکی از اساسی ترین قوانین منطق کلاسیک، یعنی قانون عدم اجتماع نقیضین را، در حوزه کوانتوم مورد خدشه قرار می‌دهد و بدین سان منطق کلاسیک را برای توصیف و تبیین پدیده‌های کوانتومی نارسا معرفی می‌کند.

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

با توجه به مجموعه مطالب مطرح شده می‌توان حاصل بررسی‌های انجام شده در این مقاله را به صورت زیر جمع‌بندی کرد و به مسائل بیان شده به این صورت پاسخ گفت:

۱- پارادوکس دو شکاف از لحاظ فیزیکی با نقض اصل پیوستگی جرم، یک چالش اساسی برای فیزیک کلاسیک محسوب می‌شود اما تقریر اول از این پارادوکس، چالش مهمی برای منطق کلاسیک پدید نمی‌آورد و می‌توان از منطق کلاسیک در مقابل آن دفاع کرد. به خصوص که می‌توان با برخی توجیهات فلسفی و متافیزیکی رفتار دو

گانه الکترون را توجیه کرد. اما تقریر احتمالاتی این پارادوکس برای منطق کلاسیک مشکل ساز است و قاعده پخشی را خدشه دار می‌سازد.

۲- در تقریر اول از پارادوکس فن نویمن نیز با برخی توجیهات ریاضیاتی و منطقی می‌توان از منطق کلاسیک دفاع کرد. اما با توسعه پارادوکس فن نویمن به فضای هیلبرتی و بیان تقریرات دوم از این پارادوکس، قاعده پخش‌پذیری منطق کلاسیک دچار چالشی جدی می‌شود که نمی‌توان برای آن دفاع قابل قبولی ارائه داد. اما اینکه فن نویمن و بیرخوف ادعای دست‌یابی به منطقی کلاسیکی بدون قاعده پخش‌پذیری را بیان داشته‌اند، با بنیان استدلال ایشان منافات دارد و ادعایی غیر قابل اثبات است.

۳- پارادوکسی را که شرودینگر به عنوان پارادوکس گربه مطرح ساخته است، با هدف قرار دادن اصل عدم اجتماع نقیضین، خدشه‌ای اساسی به منطق کلاسیک وارد می‌آورد که در این مورد نیز نمی‌توان از منطق کلاسیک دفاع قابل قبولی ارائه داد. البته باید در نظر داشت که پارادوکس گربه مبتنی بر پیش فرض‌ها و مفاهیم پذیرفته شده مکانیک کوانتومی طراحی شده که اگر این پیش فرض‌ها و مفاهیم مورد خدشه واقع شوند، پارادوکس شرودینگر نیز فاقد ارزش خواهد بود و منطق کلاسیک از این چالش رها خواهد شد.

منابع

- Birkhoff, G. and Neumann, J.V.(1936), ***The Logic of Quantum Mechanics***, Annals of Mechanics, No 37, pp 823-843

- Bohr, N.(1961), ***Atomic Theory and the Description of Nature***, Cambridge: Cambridge University Press

- Chiara, M.L.D.(2001), ***Quantum Logic and Physical Modalities***, Journal of Philosophical Logic, Vol 6, No 1, pp 391-404

- Greenstein, G. and Zajonc, A.G.(1997), ***The Quantum Challenge (Modern Research on the Foundations of Quantum Mechanics)***, Jones and Bartlett Publishers

- Gudder, S.(2007), ***Quantum Probability***, in "Handbook of Quantum Logic and Quantum Structure", Edited by K. Engesser and D.M. Gabbay and D. Lehmann, Oxford: Elsevier

- Omnes, R.(1999), ***Quantum Philosophy***, Translated by A. Sangalli, Princeton: Princeton university Press

- Redie, M.(2001), Essay Review: ***Facets of Quantum Logic*** by K. Svozil, Pergamon, Stud. Hist. Phil. Phys. Vol 32, No 1, pp 101-111

- Stubbe, I. and Van Steirteghem, B.(2007), ***Propositional Systems, Hilbert Lattices and Generalized Hilbert Spaces***, in "Handbook of Quantum Logic and Quantum Structure", Edited by K. Engesser and D.M. Gabbay and D. Lehmann, Oxford: Elsevier

- Schrodinger, E.(1935), ***Discussion of Probability Relations Between Separated Systems***, Proc. Cambridge Phil. Soc. Vol 31, pp 555-563

- Wheeler, J.A. and Zurek, W.H.(1983), ***Quantum Theory and Measurement***, Princeton: Princeton University Press